



PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

BÀI: PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG



HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $M(-1;3;1)$, $N(-2;1;-2)$, $P(1;2;3)$, $Q(2;-1;2)$, $S(1;2;-3)$. Đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{2}$ đi qua bao nhiêu điểm trong số các điểm đã cho?

Lời giải

Trả lời: 2

Ta có: $M(-1;3;1), P(1;2;3) \in (d)$;

$N(-2;1;-2), Q(2;-1;2), S(1;2;-3) \notin (d)$

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x=1+2t \\ y=2-t \\ z=3+2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$ và các điểm $M(-1;3;1)$,

$N(-2;1;-2)$, $P(1;2;3)$, $Q(2;-1;2)$, $S(1;2;-3)$. Có mấy điểm không thuộc đường thẳng (d) cho trước?

Lời giải

Trả lời: 3

Ta có: $M(-1;3;1), P(1;2;3) \in (d)$;

$N(-2;1;-2), Q(2;-1;2), S(1;2;-3) \notin (d)$

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-3}{-1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+2}{1}$ và

$d_2: \begin{cases} x=5-3t \\ y=-1+2mt \\ z=2+t \end{cases}; m, t \in \mathbb{R}$. Tìm giá trị tham số m để 2 đường thẳng $d_1; d_2$ vuông góc nhau.

Lời giải

Trả lời: $m=1$

Đường thẳng d_1, d_2 lần lượt có vectơ chỉ phương là $\vec{u}_1 = (-1; -2; 1)$ và $\vec{u}_2 = (-3; 2m; 1)$

Để 2 đường thẳng $d_1 \perp d_2 \Leftrightarrow -1(-3) + (-2)2m + 1.1 = 0 \Leftrightarrow m=1$

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, giao điểm của hai đường thẳng $d: \begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = -2 + 3t \\ z = 6 + 4t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$ và

$$d': \begin{cases} x = 5 + t' \\ y = -1 - 4t' \\ z = 20 + t' \end{cases}, t' \in \mathbb{R}, \text{ có tọa độ là } M(a; b; c). \text{ Xác định giá trị } a + b + c.$$

Lời giải

Trả lời: 28

Gọi $M = d \cap d'$, do $M \in d \Rightarrow M(-3 + 2t; -2 + 3t; 6 + 4t)$

$$M \in d' \Rightarrow \begin{cases} -3 + 2t = 5 + t' \\ -2 + 3t = -1 - 4t' \\ 6 + 4t = 20 + t' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 3 \\ t' = -2 \end{cases} \Rightarrow M(3; 7; 18)$$

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1; 3; -2)$, $B(1; 1; 5)$. Phương trình tham số của đường thẳng đi

qua hai điểm A, B có dạng $\begin{cases} x = a \\ y = b - 2t \\ z = -2 + ct \end{cases}$. Tính $a + b + c$.

Lời giải

Trả lời: 11

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (0; -2; 7)$

Đường thẳng AB đi qua $A(1; 3; -2)$ và nhận $\overrightarrow{AB} = (0; -2; 7)$ làm vectơ chỉ phương có phương

trình là: $\begin{cases} x = 1 \\ y = 3 - 2t \\ z = -2 + 7t \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $M(3; -2; 1)$ và

song song với đường thẳng $d: \frac{x+2}{4} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-6}{5}$ có dạng $\begin{cases} x = a + 4t \\ y = -2 + bt \\ z = 1 + ct \end{cases}$. Tính $a + b + 2c$.

Lời giải

Trả lời: 10

Đường thẳng cần tìm đi qua điểm $M(3; -2; 1)$ và nhận vectơ $\vec{u} = (4; -3; 5)$ làm vectơ chỉ

phương có phương trình tham số là $\begin{cases} x = 3 + 4t \\ y = -2 - 3t \\ z = 1 + 5t \end{cases}$.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; 3; 5)$ và mặt phẳng $(P): 2x + y - 3z + 1 = 0$. Phương trình

tham số của đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có dạng $\begin{cases} x = 1 + at \\ y = b + t \\ z = 5 + ct \end{cases}$. Tính $3a + b + c$.

Lời giải

Trả lời: 6

Một vec tơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}(2;1;-3)$.

Gọi d là đường thẳng đi qua $M(1;3;5)$ và vuông góc với (P) thì vec tơ chỉ phương của d là $\vec{u}(2;1;-3)$.

Vậy phương trình của đường thẳng d là:
$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3 + t \\ z = 5 - 3t \end{cases}$$

Câu 8: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = t \\ y = -1 - 4t \\ z = 6 + 6t \end{cases}$ và

$d_2: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{-5}$. Phương trình chính tắc của đường thẳng d_3 qua $M(1;-1;2)$ và vuông góc với cả d_1, d_2 có dạng $\frac{x-1}{14} = \frac{y+1}{b} = \frac{z-2}{c}$. Tính $a+b+c$.

Lời giải

Trả lời: 28

Đường d_1 có VTCP $\vec{a} = (1;-4;6)$; d_2 có VTCP $\vec{b} = (2;1;-5)$.

Vì d_3 vuông góc với $d_1; d_2$ nên có vec-tơ chỉ phương $\vec{u} = \vec{a} \times \vec{b} = (14;17;9)$.

Vậy phương trình của đường thẳng d_3 là: $\frac{x-1}{14} = \frac{y+1}{17} = \frac{z-2}{9}$

Câu 9: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình tham số của đường thẳng (Δ) qua $M(2;3;1)$ và song song với hai mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 7 = 0$ và $(Q): x + 3y - 2z + 3 = 0$

có dạng $\begin{cases} x = a + bt \\ y = 3 + 6t \\ z = c + dt \end{cases}; t \in \mathbb{R}$. Tính $2a+b+c+d$.

Lời giải

Trả lời: 8

Mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 7 = 0$ có vector pháp tuyến là $\vec{n}_1 = (2, -1, 2)$

Mặt phẳng $(Q): x + 3y - 2z + 3 = 0$ có vector pháp tuyến là $\vec{n}_2 = (1, 3, -2)$

Vì $(\Delta) // (P)$ và $(\Delta) // (Q)$ nên vector chỉ phương của (Δ) là $\vec{a} = [\vec{n}_1, \vec{n}_2] = (-4; 6; 7)$

Phương trình tham số của đường thẳng (Δ)
$$\begin{cases} x = 2 - 4t \\ y = 3 + 6t \\ z = 1 + 7t \end{cases}; t \in \mathbb{R}$$

Câu 10: Trong không gian Oxyz, cho điểm $A(1; -2; 3)$, $B(2; b; c)$, mặt phẳng $(\alpha): x + 3y - 2z + 5 = 0$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x+2}{3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+3}{1}$. Khi đó, để đường thẳng d đi qua hai điểm A, B , song song với mặt phẳng (α) và vuông góc với đường thẳng Δ thì $b + c$ bằng:

Lời giải

Trả lời: -1

Mặt phẳng (α) có VTPT là $\vec{n} = (1; 3; -2)$.

Đường thẳng Δ có VTCP là $\vec{u} = (3; 2; 1)$.

Vì đường thẳng d song song với mặt phẳng (α) và vuông góc với đường thẳng Δ nên VTCP của d là $\vec{u}_d = [\vec{n}, \vec{u}] = (7; -7; -7)$ hay $\vec{u}_d = (-1; 1; 1)$.

Phương trình đường thẳng d đi qua hai điểm A , song song với mặt phẳng (α) và vuông góc với đường thẳng Δ là: $\frac{x-1}{-1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{1}$.

Vì $B \in d$ nên: $\frac{2-1}{-1} = \frac{b+2}{1} = \frac{c-3}{1} \Rightarrow \begin{cases} b = -3 \\ c = 2 \end{cases}$.

Vậy $b + c = -1$.

Câu 11: Trong không gian Oxyz, cho mặt phẳng $(\alpha): ax + by + cz + 10 = 0$. Biết mặt phẳng (α) chứa hai

đường thẳng $d: \begin{cases} x = -1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = -t \end{cases}$ và $d': \begin{cases} x = -1 + 2t' \\ y = 4 + 2t' \\ z = -1 - t' \end{cases}$. Khi đó $a + b + c$ bằng:

Lời giải

Trả lời: -1

$d: \begin{cases} x = -1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = -t \end{cases}$ có VTCP là $\vec{u}_d = (1; 2; -1)$.

$d': \begin{cases} x = -1 + 2t' \\ y = 4 + 2t' \\ z = -3 + t' \end{cases}$ có VTCP là $\vec{u}_{d'} = (2; 2; 1)$.

Gọi $A = d \cap d' \Rightarrow \begin{cases} -1 + t = -1 + 2t' \\ 2 + 2t = 4 + 2t' \\ -t = -3 - t' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t - 2t' = 0 \\ 2t - 2t' = 2 \\ -t - t' = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 \\ t' = 1 \end{cases}$

$\Rightarrow A(1; 6; -2)$.

Vì mặt phẳng (α) chứa hai đường thẳng d và d' nên (α) có VTPT là

$\vec{n}_{(\alpha)} = [\vec{u}_d, \vec{u}_{d'}] = (4; -3; -2)$.

Phương trình mặt phẳng $(\alpha): 4(x-1) - 3(y-6) - 2(z+2) = 0 \Leftrightarrow 4x - 3y - 2z + 10 = 0$

$\Rightarrow a + b + c + d = 4 + (-3) + (-2) = -1$.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (α) và $B(3; a; 2a)$. Biết mặt phẳng (α) chứa hai đường

$$\text{thẳng } d: \begin{cases} x = -1 + 5t \\ y = 2 - 4t \\ z = 3 + 3t \end{cases} \text{ và đường thẳng } d': \begin{cases} x = 2 + 5t \\ y = -4t \\ z = 5 + 3t \end{cases}. \text{ Khi đó để điểm } B \text{ thuộc mặt phẳng } (\alpha)$$

thì giá trị của a bằng:

Lời giải

Trả lời: 4

$$d: \begin{cases} x = -1 + 3t \\ y = 2 - 2t \\ z = 3 + 2t \end{cases} \text{ có VTCP là } \vec{u} = (5; -4; 3) \text{ và đi qua điểm } A(-1; 2; 3).$$

$$d': \begin{cases} x = 2 + 5t \\ y = -4t \\ z = 5 + 3t \end{cases} \text{ có VTCP là } \vec{u} = (5; -4; 3) \text{ và đi qua điểm } B(2; 0; 5).$$

$$\overrightarrow{AB} = (3; -2; 2)$$

Vì mặt phẳng (α) chứa đường thẳng d và d' nên (α) có VTPT là

$$\vec{n}_{(\alpha)} = [\vec{u}_d, \vec{u}_{d'}] = (2; 1; -2).$$

Phương trình mặt phẳng (α) có VTPT $\vec{n}_{(\alpha)} = (2; 1; -2)$ và đi qua điểm $A(-1; 2; 3)$ là:

$$2(x+1) + (y-2) - 2(z-3) = 0 \Leftrightarrow 2x + y - 2z + 6 = 0$$

$$B \in (\alpha) \Rightarrow 2.3 + a - 2.2a + 6 = 0 \Leftrightarrow a = 4.$$

Câu 13: Trong không gian $Oxyz$, mắt một người quan sát đặt ở điểm $M(1; 2; -2)$ và vật quan sát đặt ở điểm $N(-2; 0; 2)$. Một tấm bia chắn đường truyền của ánh sáng có dạng hình tròn với tâm $O(0; 0; 0)$, bán kính bằng 4 và đặt trong mặt phẳng Oxy . Tọa độ điểm chắn tầm nhìn của người đó là $D(a; b; c)$. Tính $a.b + c$ bằng:

Lời giải

Trả lời: 16

$$\text{Ta có } \overrightarrow{MN} = (-3; -2; 4) \Rightarrow MN = \sqrt{29}.$$

Phương trình đường thẳng MN đi qua điểm $N(-2; 0; 2)$ và có VTCP là $\overrightarrow{MN} = (-3; -2; 4)$ là:

$$\begin{cases} x = -2 - 3t \\ y = -2t \\ z = 2 + 4t \end{cases}.$$

Mặt phẳng $(Oxy): z = 0$

Tọa độ điểm chắn tầm nhìn của người đó là $D(a; b; 0) \Rightarrow 2 + 4t = 0 \Leftrightarrow t = -2.$

$$\Rightarrow D(4; 4; 0).$$

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{MD} = (3; 2; 2) \Rightarrow MD = \sqrt{17}.$$

Vì $MD < MN \Rightarrow D$ nằm giữa M và N .

$\Rightarrow D(4;4;0)$ là điểm chấn tâm nhìn của người đó

Vậy $a.b+c=16$.

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0;2;-4)$ và hai đường thẳng $d_1: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+1}{2}$.

Gọi H là hình chiếu của A trên đường thẳng d_1 . Đường thẳng AH có một vector chỉ phương là $\vec{u} = (1;b;c)$ với $b, c \in \mathbb{R}$. Khi đó $b+c$ bằng

Lời giải

Trả lời: 1

Ta có phương trình tham số của d_1 là
$$\begin{cases} x = 2+t \\ y = 1-t \\ z = -1+2t \end{cases}.$$

Đường thẳng d_1 có một vector chỉ phương là $\vec{u}_1 = (1;-1;2)$

Điểm $H \in d_1$ nên $H(2+t;1-t;-1+2t) \Rightarrow \vec{AH} = (2+t;-1-t;3+2t)$.

Vì H là hình chiếu của A trên đường thẳng d_1 nên $\vec{AH} \perp \vec{u}_1 \Leftrightarrow \vec{AH} \cdot \vec{u}_1 = 0$ hay

$$(2+t).1 + (-1-t).(-1) + (3+2t).2 = 0 \Leftrightarrow 6t+9=0 \Leftrightarrow t = -\frac{3}{2}$$

Khi đó $\vec{AH} = \left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; 0\right)$.

Vì $a, b, c \in \mathbb{R}$ nên đường thẳng AH có một vector chỉ phương là $\vec{u} = 2\vec{AH} = (1;1;0)$.

Vậy $b+c=1+0=1$.

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;-3;5)$ có hình chiếu vuông góc trên các trục Ox , Oy , Oz là B , C , D . Gọi H là trực tâm tam giác BCD . Phương trình chính tắc của đường thẳng OH có dạng $\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{6}$. Khi đó $a+b$ bằng

Lời giải

Trả lời: 5

Ta có $B(2;0;0)$, $C(0;-3;0)$, $D(0;0;5)$.

Mặt phẳng (BCD) có phương trình $\frac{x}{2} + \frac{y}{-3} + \frac{z}{5} = 1$ hay $15x - 10y + 6z - 60 = 0$.

H là trực tâm tam giác BCD nên $OH \perp (BCD)$. Do đó OH có một vector chỉ phương $\vec{u} = (15;-10;6)$.

Vậy phương trình chính tắc của OH là $\frac{x}{15} = \frac{y}{-10} = \frac{z}{6}$. Suy ra $a=15; b=-10 \Rightarrow a+b=15-10=5$.

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+1}{1}$ và mặt phẳng $(\alpha): x - 2y - 2z + 5 = 0$. Điểm $A(a; b; c)$ có hoành độ dương thuộc đường thẳng d sao cho khoảng cách từ A đến (α) bằng 3. Tính tổng $a + b - c$?

Lời giải

Trả lời: 1

Điểm A có hoành độ dương thuộc đường thẳng d , tọa độ A là $(2t; -t; -1+t)$ với $t > 0$.

Khoảng cách từ A đến (α) bằng 3 nên ta có: $\frac{|2t - 2(-t) - 2(-1+t) + 5|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + (-2)^2}} = 3$

$$\Leftrightarrow \frac{|2t+7|}{3} = 3 \Leftrightarrow |2t+7| = \pm 9 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -8 \text{ (L)} \\ t = 1 \text{ (TM)} \end{cases}$$

Vậy tọa độ A là $(2; -1; 0) \Rightarrow a + b - c = 2 - 1 - 0 = 1$

Câu 17: Trong không gian $Oxyz$ cho hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 4+t \\ y = -4-t \\ z = 6+2t \end{cases}; d_2: \frac{x-5}{2} = \frac{y-11}{4} = \frac{z-5}{2}$. Đường

thẳng d đi qua $A(5; -3; 5)$ cắt d_1, d_2 lần lượt ở B, C . Tính tỉ số $\frac{AB}{AC}$

Lời giải

Trả lời: 0,5

$$B \in d_1 \Rightarrow B(4+t; -4-t; 6+2t). \text{ Phương trình tham số } d_2: \begin{cases} x = 5+2s \\ y = 11+4s \\ z = 5+2s \end{cases}$$

$$C \in d_2 \Rightarrow C(5+2s; 11+4s; 5+2s). \text{ Khi đó: } \overrightarrow{AB} = (-1+t; -1-t; 2t+1); \overrightarrow{AC} = (2s; 4s+14; 2s)$$

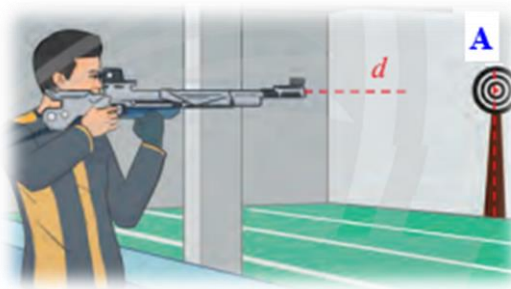
$$\text{Do } A, B, C \text{ thẳng hàng} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC} \text{ cùng phương} \Leftrightarrow \exists k \in \mathbb{R} : \overrightarrow{AB} = k \cdot \overrightarrow{AC}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t-1=2ks \\ -t-1=4ks+14k \\ 2t+1=2ks \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=-2 \\ s=-3 \\ k=\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\text{Do đó } \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AC} \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{1}{2} = 0,5$$

Câu 18: Một phần mềm mô phỏng vận động viên đang tập bắn súng trong không gian $Oxyz$. Cho biết

trục d của nòng súng có phương trình: $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-3}{-5}$ và hồng tâm $A(8; -19; 6m+4)$. Hỏi m bằng bao nhiêu vận động viên có bắn trúng hồng tâm.



Lời giải

Trả lời: -6

Để vận động viên có bắn trúng hồng tâm thì trục d phải đi qua hồng tâm. Ta thay điểm $A(8; -19; 6m+4)$ vào phương trình trục d :

$$\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-3}{-5} \Leftrightarrow \frac{8-1}{1} = \frac{-19-2}{-3} = \frac{6m+4-3}{-5} = 7 \Leftrightarrow 6m = -36 \Leftrightarrow m = -6.$$

Vậy $m = -6$ thì vận động viên bắn trúng hồng tâm.

Câu 19: Trong không gian $Oxyz$, một cabin cáp treo ở Bà Nà Hill xuất phát từ điểm $A(-2; 1; 5)$ và chuyển động đều theo đường cáp có vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (0; -2; 6)$ với tốc độ là 4 m/s (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét). Giả sử sau 5 (s) kể từ lúc xuất phát, cabin đến điểm M . Gọi tọa độ $M(a; b; c)$. Tính $a+3b+c$.



Lời giải

Trả lời: 6

Phương trình tham số của đường cáp là: $d: \begin{cases} x = -2 \\ y = 1 - 2k \\ z = 5 + 6k \end{cases} \quad (k \in \mathbb{R})$

Do tốc độ chuyển động của cabin là 4 m/s nên độ dài $AM = 4t$ (m).

Vì vậy sau 5 (s) kể từ lúc xuất phát, cabin đến điểm M thì $AM = 4 \cdot 5 = 20$ (m).

Vì $M \in d \Rightarrow M(-2; 1 - 2k; 5 + 6k)$

$\vec{AM}(0; -2k; 6k)$. Do 2 vectơ $\vec{AM}; \vec{u}$ cùng hướng $k > 0$

$$AM = 20 \Leftrightarrow \sqrt{0^2 + 4k^2 + 36k^2} = 20 \Leftrightarrow 40k^2 = 400 \Leftrightarrow k = \pm\sqrt{10}$$

Vì $k > 0 \Rightarrow k = \sqrt{10}$.

Vậy tọa độ $M(-2; 1-2\sqrt{10}; 5+6\sqrt{10})$. Khi đó $a+3b+c = -2+3(1-2\sqrt{10})+5+6\sqrt{10} = 6$.

Câu 20: Trong không gian $Oxyz$, nhà công vụ của một trạm hải đăng nằm trên mặt phẳng $(P): x+2y+z-4=0$ và phương trình trạm hải đăng là đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{3}$. Người ta muốn làm một con đường Δ nằm trong mặt phẳng (P) đồng thời cắt và vuông góc với trạm hải đăng. Giả sử phương trình đường thẳng Δ có dạng $\frac{x-1}{a} = \frac{y-b}{-1} = \frac{z-d}{c}$. Hỏi có bao nhiêu số trong các số a, b, c, d chia hết cho 3



Lời giải

Trả lời: 1

Ta có $\vec{u}_\Delta = (2; 1; 3)$ là VTCP của d và $\vec{n}_{(P)} = (1; 2; 1)$ là VTPT của (P) .

Gọi $A = d \cap \Delta$. Do $\Delta \subset (P)$ nên $A = d \cap (P)$.

Suy ra tọa độ A thỏa hệ:
$$\begin{cases} x+2y+z-4=0 \\ \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=1 \\ z=1 \end{cases} \Rightarrow A(1; 1; 1).$$

Gọi $\vec{u}_\Delta$ là véc-tơ chỉ phương của Δ . Lại có: $\begin{cases} \Delta \subset (P) \\ \Delta \perp d \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \vec{u}_\Delta \perp \vec{n}_{(P)} \\ \vec{u}_\Delta \perp \vec{u}_d \end{cases}$ ta chọn

$\vec{u}_\Delta = [\vec{n}_{(P)}; \vec{u}_d] = (5; -1; -3).$

Vậy phương trình đường thẳng Δ là $\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{-3} \Rightarrow a=5; b=1; c=-3; d=1$

Vậy có 1 số chia hết cho 3.

Câu 21: Tại một nút giao thông có 2 con đường khác mức. Trên thiết kế, trong không gian $Oxyz$ hai con đường đó thuộc hai đường thẳng $d_1: \frac{x-2}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{-1}$; $d_2: \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{-3}$.



Người ta muốn tạo một con đường D cắt d_1, d_2 lần lượt tại A và B sao cho AB nhỏ nhất. Tính độ dài AB , kết quả làm tròn đến hàng phần trăm.

Lời giải

Trả lời: 2,45

Ta có AB ngắn nhất khi AB là đoạn vuông góc chung của d_1 và d_2 .

Gọi $A(2+a; 2+a; -a) \in d_1$; $B(2+b; -1+2b; -3b) \in d_2 \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (b-a; 2b-a-3; -3b+a)$.

d_1, d_2 lần lượt có các véc tơ chỉ phương là $\vec{u}_{d_1} = (1; 1; -1)$ và $\vec{u}_{d_2} = (1; 2; -3)$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} \overrightarrow{AB} \cdot \vec{u}_{d_1} = 0 \\ \overrightarrow{AB} \cdot \vec{u}_{d_2} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1(b-a) + 1(2b-a-3) - 1(-3b+a) = 0 \\ 1(b-a) + 2(2b-a-3) - 3(-3b+a) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6b-3a-3=0 \\ 14b-6a-6=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A(1; 1; 1) \\ B(2; -1; 0) \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (1; -2; -1)$$

Do đó $|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{6} \approx 2,45$.

Câu 22: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng chéo nhau $d: \begin{cases} x=1+t \\ y=0 \\ z=-5+t \end{cases}$ và $d': \begin{cases} x=0 \\ y=4-2t' \\ z=5+3t' \end{cases}$.

Đường vuông góc chung của hai đường thẳng d và d' đi qua điểm $K(6; m; n)$. Tính $m+n$.

Lời giải

Trả lời: -7

Giả sử AB là đường vuông góc chung của d và d' với $A \in d$, $B \in d'$.

Ta có $\vec{u}_d = (1; 0; 1)$, $\vec{u}_{d'} = (0; -2; 3)$

$$\begin{cases} A(1+t; 0; -5+t) \\ B(0; 4-2t'; 5+3t') \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{BA} = (t+1; 2t'-4; t-3t'-10)$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} d \perp AB \\ d' \perp AB \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{u}_d \cdot \overrightarrow{BA} = 0 \\ \overrightarrow{u}_{d'} \cdot \overrightarrow{BA} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (t+1) + (t-3t'-10) = 0 \\ -2(2t'-4) + 3(t-3t'-10) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 3 \\ t' = -1 \end{cases}$$

$\Rightarrow \begin{cases} A(4;0;-2) \\ B(0;6;2) \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{BA} = (4; -6; -4) \Rightarrow \vec{u} = (-2; 3; 2)$ là một vector chỉ phương của đường thẳng AB .

Phương trình đường thẳng $AB: \frac{x-4}{-2} = \frac{y}{3} = \frac{z+2}{2}$.

Đường thẳng AB đi qua $K(6; m; n)$ nên $\frac{6-4}{-2} = \frac{m}{3} = \frac{n+2}{2} \Rightarrow m = -3, n = -4$.

Vậy $m + n = -7$.

Câu 23: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{-1}$. Đường thẳng d' đối xứng với d qua mặt phẳng (Oyz) có vector chỉ phương $\vec{u} = (1; b; c)$. Tính $b + c$.

Lời giải

Trả lời: -1

Gọi $A = d \cap (Oyz)$, tọa độ điểm A là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} \frac{x}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{-1} \\ x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = -1 \\ z = 2 \end{cases} \Rightarrow A(0; -1; 2).$$

Lấy điểm $B(1; 1; 1) \in (d)$.

Gọi B' là điểm đối xứng với B qua $(Oyz) \Rightarrow B'(-1; 1; 1)$.

Do đó đường thẳng d' là đường thẳng qua $A(0; -1; 2)$ nhận $\overrightarrow{AB'} = (-1; 2; -1)$ làm vector chỉ phương. Khi đó, $\vec{u} = (1; b; c)$ cùng phương với $\overrightarrow{AB'} = (-1; 2; -1) \Rightarrow \vec{u} = (1; -2; 1) \Rightarrow b + c = -2 + 1 = -1$.

Câu 24: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{-1}$ và mặt phẳng $(P): x + 2y + z - 4 = 0$. Hình chiếu vuông góc của d trên (P) là đường thẳng có vector chỉ phương $\vec{u} = (a; b; -4)$. Tính $a + b$

Lời giải

Trả lời: 3

Tọa độ giao điểm A của d và (P) thỏa mãn hệ phương trình:

$$\begin{cases} \frac{x}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{-1} \\ x + 2y + z - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 1 \\ z = 2 \end{cases} \Rightarrow A(0; 1; 2).$$

Lấy điểm $B(1; 2; 1) \in d$. Gọi H là hình chiếu của B trên (P) .

$$\text{Phương trình } BH: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = 1 + t \end{cases}$$

Do $H = BH \cap (P)$ nên tọa độ điểm H thỏa mãn hệ phương trình:

$$\begin{cases} x=1+t \\ y=2+2t \\ z=1+t \\ x+2y+z-4=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=-\frac{1}{3} \\ x=\frac{2}{3} \\ y=\frac{4}{3} \\ z=\frac{2}{3} \end{cases} \Rightarrow H\left(\frac{2}{3}; \frac{4}{3}; \frac{2}{3}\right) \Rightarrow \overrightarrow{AH} = \left(\frac{2}{3}; \frac{1}{3}; -\frac{4}{3}\right).$$

Gọi d' là hình chiếu vuông góc của d trên $(P) \Rightarrow d'$ đi qua A và H

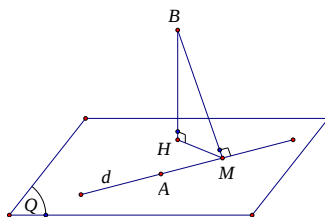
$\Rightarrow d'$ có một vector chỉ phương là $\vec{u} = (2; 1; -4) = (a; b; -4)$.

Vậy $a+b=3$.

Câu 25: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-2y+2z-5=0$ và hai điểm $A(-3; 0; 1)$, $B(0; -1; 3)$. Đường thẳng d đi qua A và song song với mặt phẳng (P) sao cho khoảng cách từ B đến đường thẳng đó là nhỏ nhất. Biết đường thẳng d nhận $\vec{u} = (2; a; b)$ làm vector chỉ phương. Tính $a.b$

Lời giải

Trả lời: 0



Gọi (Q) là mặt phẳng chứa điểm A và song song với mặt phẳng (P) .

Vì d đi qua điểm A và song song với mặt phẳng (P) nên d nằm trong mặt phẳng (Q) .

Gọi H , M lần lượt là hình chiếu của B trên mặt phẳng (Q) và đường thẳng d . Khi đó $d(B, d) = BM$.

Ta luôn có $BM \geq BH$ vậy BM nhỏ nhất $\Leftrightarrow BM = BH \Leftrightarrow M \equiv H$ hay đường thẳng d đi qua điểm A và H .

Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm B và vuông góc với mặt phẳng $(Q) \Rightarrow \Delta$ có phương trình:

$$\begin{cases} x=t \\ y=-1-2t \\ z=3+2t \end{cases}$$

Ta có: $H \in \Delta \Rightarrow H(t; -1-2t; 3+2t)$.

Mà $H \in (Q) \Leftrightarrow t-2(-1-2t)+2(3+2t)+1=0 \Leftrightarrow t=-1 \Rightarrow H(-1; 1; 1)$.

d có vector chỉ phương $\overrightarrow{AH} = (2; 1; 0) \Rightarrow \vec{u} = (2; a; b) = (2; 1; 0)$.

Vậy $a.b = 0$

Câu 26: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(2;0;1)$, $B(2;-2;1)$, $C(4;2;3)$. Gọi d là đường thẳng đi qua tâm I của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC và vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Đường thẳng d đi qua điểm $M(a;b;-1)$, khi đó $a+b$ bằng

Lời giải

Trả lời: 7

Ta có $\overrightarrow{AB} = (0; -2; 0)$, $\overrightarrow{AC} = (2; 2; 2)$.

VTPT $\vec{n}_{(ABC)} = (-4; 0; 4) = -4(1; 0; -1)$.

Phương trình mặt phẳng $(ABC): x - z - 1 = 0$ (1)

Gọi M là trung điểm AB , suy ra $M(2; -1; 1)$.

Gọi (α) là mặt phẳng trung trực của đoạn AB . Khi đó $(\alpha): y + 1 = 0$ (2)

Gọi N là trung điểm AC , suy ra $N(3; 1; 2)$.

Gọi (β) là mặt phẳng trung trực của đoạn AC . Khi đó $(\beta): x + y + z - 6 = 0$ (3)

Từ (1),(2),(3) ta có hệ
$$\begin{cases} x - z - 1 = 0 \\ y + 1 = 0 \\ x + y + z - 6 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = -1 \\ z = 3 \end{cases}$$

Suy ra tọa độ $I(4; -1; 3)$.

Phương trình tham số của đường thẳng $d: \begin{cases} x = 4 + t \\ y = -1 \\ z = 3 - t \end{cases}$.

Đường thẳng d đi qua điểm $M(a; b; -1)$ suy ra $t = 4 \Rightarrow M(8; -1; -1)$.

Suy ra $a + b = 7$.

Câu 27: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có phương trình đường phân giác trong góc A là: $\frac{x}{1} = \frac{y-6}{-4} = \frac{z-6}{-3}$. Biết rằng điểm $M(0; 5; 3)$ thuộc đường thẳng AB và điểm $N(1; 1; 0)$ thuộc đường thẳng AC . Biết vector $\vec{u} = (a; b; 3)$ là vector chỉ phương của đường thẳng AC . Tính $a + b$ bằng

Lời giải

Trả lời: 1

Phương trình tham số của đường phân giác trong góc $A: \begin{cases} x = t \\ y = 6 - 4t \\ z = 6 - 3t \end{cases} (d)$

Gọi D là điểm đối xứng với M qua (d) . Khi đó $D \in AC \Rightarrow$ đường thẳng AC có một vector chỉ phương là $\overrightarrow{ND}$.

* Ta xác định điểm D .

Gọi K là giao điểm MD với (d) . Ta có $K(t; 6 - 4t; 6 - 3t)$; $\overrightarrow{MK} = (t; 1 - 4t; 3 - 3t)$.

Ta có $\overrightarrow{MK} \perp \vec{u}_d$ với $\vec{u}_d = (1; -4; -3)$ nên $t - 4(1 - 4t) - 3(3 - 3t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{2}$.

$$K\left(\frac{1}{2}; 4; \frac{9}{2}\right). K \text{ là trung điểm } MD \text{ nên } \begin{cases} x_D = 2x_K - x_M \\ y_D = 2y_K - y_M \\ z_D = 2z_K - z_M \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 1 \\ y_D = 3 \\ z_D = 6 \end{cases} \text{ hay } D(1; 3; 6).$$

Một vectơ chỉ phương của AC là $\overrightarrow{DN} = (0; -2; -6)$. Hay $\vec{u} = (0; 1; 3)$ là vectơ chỉ phương.

Vậy $a + b = 0 + 1 = 1$.